

[21-BA228/21-BS232]

AT THE END OF SECOND SEMESTER (CBCS PATTERN)

DEGREE EXAMINATIONS

MATHEMATICS-II-THREE DIMENSIONAL
ANALYTICAL SOLID GEOMETRY

(COMMON FOR B.A, B.Sc)

UG PROGRAM (4 YEARS HONORS)

(w.e.f. Admitted Batch 2020-21)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

SECTION - A

Answer any Five of the following questions. Each question carries Five marks. $(5 \times 5 = 25)$

క్రింది వానిలో ఏవైనా ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. ప్రతి ప్రశ్నకు ఐదు మార్కులు.

Find the equation of the plane through the point $(-1, 3, 2)$ and perpendicular to the planes $x + 2y + 2z = 5$ and $3x + 3y + 2z = 8$.

$(-1, 3, 2)$ బిందువు గుండా పోతూ $x + 2y + 2z = 5$ మరియు $3x + 3y + 2z = 8$ తలలకు లంబంగా ఉన్న తలం సమీకరణము కనుగొనుము.

2. A variable plane passes through a fixed point (a,b,c) , meets the axes of reference in A, B and C . Show that the locus of the point of intersection of the planes through A, B, C and parallel to the coordinate planes is

$$ax^{-1} + by^{-1} + cz^{-1} = 1$$

ఒక చర తలము (a,b,c) అనే స్థిర బిందువు గుండా పోతున్నది. ఆ తలము నిరూపకాలను A, B, C లవద్ద ఖండించుచున్నది. నిరూపక తలాల సమాంతరంగాను A, B, C బిందువుల గుండా పోవు తలాల ఖండన బిందు బిందు పథము $ax^{-1} + by^{-1} + cz^{-1} = 1$ అని చూపండి.

3. Find the equation of the plane through $(3,1,-1)$ and perpendicular to the line of intersection of the planes $3x+4y+7z+4=0, x-y+2z+3=0$.

$3x+4y+7z+4=0, x-y+2z+3=0$. తలాల చేదన రేఖకు లంబంగా ఉంటూ $(3,1,-1)$ బిందువు గుండా పోయే తలము సమీకరణం కనుక్కోండి.

4. Find the equation to the line through the origin and intersecting the lines $2x-3y+4z+1=0=3x+2y+4z-5$ and $2x-4y+z+6=0=3x-4y+z-3$.

$2x-3y+4z+1=0=3x+2y+4z-5, 2x-4y+z+6=0=3x-4y+z-3$

అనే రేఖలను ఖండిస్తూ, మూల బిందువు ద్వారా పోయే రేఖకు సమీకరణం కనుక్కోండి.

5. A sphere of constant radius k passes through the origin and intersects the axes in A, B, C . Prove that the centroid of the ΔABC lies on the sphere $9(x^2 + y^2 + z^2) = 4k^2$

k స్థిర వ్యాసార్థముగాగల ఒక గోళము మూలబిందువు గుండా పోతూ అక్షాలను A, B, C ల వద్ద ఖండిస్తున్నది $\Delta A, B, C$ కేంద్రాభానము $9(x^2 + y^2 + z^2) = 4k^2$ గోళముపైన ఉంటుందని చూపండి.

6. Find the equation of the sphere through the circle $x^2 + y^2 + z^2 = 9, 2x + 3y + 4z = 5$ and the point $(1, 2, 3)$.

$x^2 + y^2 + z^2 = 9, 2x + 3y + 4z = 5$ అనే వృత్తం గుండా మరియు $(1, 2, 3)$ బిందువు గుండా పోయే గోళం సమీకరణం కనుక్కోండి.

7. Find the enveloping cone of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y = 0$ with its vertex at $(1, 1, 1)$.

$(1, 1, 1)$ వద్ద శీర్షం ఉండి, $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y = 0$ అను గోళమునకు, స్పర్శ శంఖువు సమీకరణమును కనుక్కోండి.

Show that the two lines of intersection of the plane $ax + by + cz = 0$ with the cone $yz + zx + xy = 0$ will be perpendicular if $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$.

$ax + by + cz = 0$ అనుతలము $yz + zx + xy = 0$ అనుతలమును రెండు రేఖల వద్ద ఖండిస్తే, ఆ రేఖలు లంబంగా ఉండడానికి నియమము

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0.$$

SECTION - B

Answer All questions. Each question carries Ten marks
(5×10=)

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. ప్రతి ప్రశ్నకు పది మార్కులు.

9. a) Find the bisector of the acute angle between the planes $2x - y + 2z + 3 = 0$ and $3x - 2y + 6z + 8 = 0$.

$2x - y + 2z + 3 = 0$ మరియు $3x - 2y + 6z + 8 = 0$ తలముల మధ్యగల లఘు కోణాన్ని సమద్విఖండన చేసే సమీకరణం కనుక్కోండి.

(OR/లేదా)

- b) Show that the equation $12x^2 - 2y^2 - 6z^2 + 7yz + 6zx - 2xy = 0$ represents pairs of planes. Also find the angle between the

$12x^2 - 2y^2 - 6z^2 + 7yz + 6zx - 2xy = 0$ సమీకరణం రెండు తలాలను సూచించునని చూపుము మరియు వాటి మధ్యగల కోణమును కనుక్కోండి.

10. a) Prove that the lines $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{3}$ and $x + 2y + 3z - 8 = 0 = 2x + 3y + 4z - 11$ are intersecting and find the point of their intersection also the equation to the plane containing them.

(5)

[21-BA228/21-BS232]

$$\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{3} \text{ మరియు}$$

$$x + 2y + 3z - 8 = 0 = 2x + 3y + 4z - 11$$

అను రేఖలు ఖండించుకుంటాయని ఋజువు చేయండి. మరియు ఖండన బిందువును కనుక్కోండి ఇంకా ఆ రేఖలను కల్గి ఉన్న తలాన్ని కనుక్కోండి.

(OR/లేదా)

- b) Find the length and equations of the shortest distance between the lines $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-5}{5}$$

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4} \quad \frac{x-2}{3} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-5}{5}$$

అను రేఖల మధ్య అల్పతమ దూరాన్ని కనుక్కోండి. ఇంకా అల్పతమరేఖ సమీకరణములను కనుక్కోండి.

- a) Show that the plane $2x - 2y + z + 12 = 0$ touches the sphere

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z - 3 = 0 \text{ and find the point of contact.}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z - 3 = 0 \text{ అనే గోళాన్ని}$$

$2x - 2y + z + 12 = 0$ తలము స్పృశిస్తుంది అని చూపి మరియు దాని స్పృశ బిందువు కనుక్కోండి.

(OR/లేదా)

[Turn over

- b) Show that the spheres $x^2 + y^2 + z^2 - 25 = 0$,
 $x^2 + y^2 + z^2 - 24x - 40y - 18z + 225 = 0$
 touch externally at the point $\left(\frac{12}{5}, 4, \frac{9}{5}\right)$.

$$x^2 + y^2 + z^2 - 25 = 0,$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 24x - 40y - 18z + 225 = 0$$

అనే గోళాలు $\left(\frac{12}{5}, 4, \frac{9}{5}\right)$ వద్ద బాహ్యంగా స్పృశించుకొంటాయి
 చూపండి.

12. a) Find the limiting points of the coaxial system
 spheres of which two members are

$$x^2 + y^2 + z^2 + 3x - 3y + 6 = 0;$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6y - 6z + 6 = 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 3x - 3y + 6 = 0;$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6y - 6z + 6 = 0$$

గోళాలతో నిర్దిష్ట మయ్యే సహతల గోళ సరణికి అవధి బిందువులు
 కనుక్కోండి.

(OR/లేదా)

- b) Find the equation of the cone with vertex at $(-1, 1, 2)$
 guiding curves $3x^2 - y^2 = 1, z = 0$.

శీర్షం $(-1, 1, 2)$ మరియు భూ వక్రము $3x^2 - y^2 = 1, z = 0$
 గానుకల శంఖువు సమీకరణము కనుక్కోండి.

13. a) Find the equation of the right circular cone whose vertex is $p(2,-3,5)$, axis PQ which makes equal angles with the axes and semi-vertical angle 30° .

(2,-3,5) శీర్షము గానూ, 30° శీర్షార్థ కోణమును కలిగి ఉన్న శంఖువు యొక్క అక్షము PQ నిరూపకాక్షాలతో సమాన కోణము చేస్తే, ఆశంఖువు యొక్క సమీకరణము కనుక్కోండి.

(OR/లేదా)

- b) Prove that the perpendiculars drawn from the origin to tangent planes to the

$2x^2 + 3y^2 + 4z^2 + 2yz + 4zx + 6xy = 0$ lie on the cone

$$11x^2 + 4y^2 - 3z^2 + 8yz - 6zx - 20xy = 0$$

మూలబిందువు నుండి

$$2x^2 + 3y^2 + 4z^2 + 2yz + 4zx + 6xy = 0$$

శంఖువు యొక్క స్పర్శ తలములక గీసిన అభిలంబ రేఖలు

$$11x^2 + 4y^2 - 3z^2 + 8yz - 6zx - 20xy = 0$$

అను శంఖువు పై ఉంటుందని చూపండి.