

[CB-BA528-A/CB-BS532-A]

AT THE END OF FIFTH SEMESTER (CBCS PATTERN)  
DEGREE EXAMINATIONS

MATHEMATICS-V(A)

RING THEORY & VECTOR CALCULUS

(Common For B.A, B.Sc.)

(From The Admitted Batch of 2015-16)

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

SECTION - A

Answer any Five questions. Each question carries five marks. (5×5=25)

ఏవైనా ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయండి. ప్రతి ప్రశ్నకు ఐదు మార్కులు.

Prove that a ring has no zero divisors if and only if the cancellation laws hold in R.

ఒక వలయం R లో శూన్య భాజకాలుండవనడానికి ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమము ఆ వలయములో కొట్టివేత న్యాయాలు వర్తిస్తాయని చూపండి.

Prove that the characteristic of a Boolean ring is 2.

బూలియన్ వలయం యొక్క లాక్షణికత 2 అని నిరూపించండి.

3. Prove that the ideals of a field  $F$  are only  $\{0\}$  and  $F$  itself.

$F$  ఒక క్షేత్రం అయితే  $F$  కు  $\{0\}$ ,  $F$  లు మాత్రమే ఐడియల్లు అవుతూ చూపండి.

4. Prove that if  $f$  is a homomorphism of a ring  $R$  into a ring  $R'$  then  $f$  is an onto isomorphism if and only if  $\text{Ker } f = \{0\}$

వలయం  $R$  నుండి వలయం  $R'$  కు  $f$  సమరూపత అయితే సమరూపత కావడానికి  $\text{Ker } f = \{0\}$  అవడం అవశ్యకమూ పర్యాప్తమని చూపండి.

5. Prove that  $\nabla r = \frac{\bar{r}}{r}$ , if  $\bar{r} = xi + yj + zk$  and  $r = |\bar{r}|$

$\bar{r} = xi + yj + zk$  మరియు  $r = |\bar{r}|$  అయితే  $\nabla r = \frac{\bar{r}}{r}$  నిరూపించండి.

6. Find  $\text{div } \bar{f}$  and  $\text{curl } \bar{f}$  where  $\bar{f} = \text{grad}(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$

$\bar{f} = \text{grad}(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$  అయితే  $\text{div } \bar{f}$  మరియు  $\text{curl } \bar{f}$  లను కనుక్కోండి.

Evaluate  $\int_0^1 (e^t \bar{i} + e^{-2t} \bar{j} + t \bar{k}) dt$

$\int_0^1 (e^t \bar{i} + e^{-2t} \bar{j} + t \bar{k}) dt$  కనుక్కోండి

Prove by stoke's theorem that  $\text{curl grad } \phi = 0$

స్టోక్స్ సిద్ధాంతాన్ని ఉపయోగించి  $\text{curl grad } \phi = 0$  అని ఋజువు చేయండి.

### SECTION - B

Answer all Five the questions. Each question carries  
TEN Marks. (5×10=50)

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయండి. ప్రతి ప్రశ్నకు పది మార్కులు.

a) Prove that every finite integral domain is a field.

ప్రతిపూర్ణాంక ప్రదేశం ఒక క్షేత్రం అవుతుందని చూపండి.

(OR/లేదా)

- b) Prove that the set  $z[i] = \{a + bi | a, b \in z, i^2 = -1\}$  Gaussian integers is an Integral domain respect to addition and multiplication of numbers.

గాసియన్ పూర్ణాంకాల సమితి  $z[i] = \{a + bi | a, b \in z, i^2 = -1\}$  సంఖ్యా సంకలనం మరియు గుణ కారాల దృష్ట్యా పూర్ణాంకాల అవతందని నిరూపించండి.

- 10. a) State and prove Fundamental theorem homomorphism of rings.

వలయ సమరూపతా మూల సిద్ధాంతాన్ని వ్రాసి నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

- b) Define prime ideal. Prove that an ideal  $U \neq R$  in a commutative ring  $R$  is a prime ideal if and only if  $R/U$  is an integral domain.

అభాజ్య ఆదర్శం (ఐడియల్) ను నిర్వచించుము. వినిమయ వలయ  $R$  కు  $U \neq R$  ఒక ఆదర్శమైతే  $U$  ఒక అభాజ్య ఆదర్శం కావడానికి అవశ్యక పర్యాప్త నియమము  $R/U$  ఒక పూర్ణాంక ప్రదేశం అని నిరూపించండి.

- a) Find the directional derivative of the function  $f = (x^2 - y^2 + 2z^2)$  at the point  $P(1,2,3)$  in the direction of the line  $\overline{PQ}$  where  $Q = (5,0,4)$ .

$P(1,2,3)$ ,  $Q = (5,0,4)$  అయితే  $P$  వద్ద  $\overline{PQ}$  దిశలో  $f = (x^2 - y^2 + 2z^2)$  యొక్క దైశిక వ్యుత్పన్నం కనుక్కోండి.

(OR/లేదా)

- b) Find the angle of intersection at  $(4,-3,2)$  of spheres  $x^2 + y^2 + z^2 = 29$  and  $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y - 8z - 47 = 0$ .

బిందువు  $(4,-3,2)$  వద్ద  $x^2 + y^2 + z^2 = 29$  మరియు  $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y - 8z - 47 = 0$  గోళాలు ఖండించుకునే కోణం కనుక్కోండి.

12. a) Evaluate  $\int_s \bar{F} \cdot \bar{N} ds$  where  $\bar{F} = 18z\bar{i} - 12\bar{j} + 3y\bar{k}$   
 $s$  is the part of the plane  $2x + 3y + 6z = 12$  in the first octant.

$\bar{F} = 18z\bar{i} - 12\bar{j} + 3y\bar{k}$  అయి ప్రథమాష్టమంలోని  
 $2x + 3y + 6z = 12$  తలం భాగం అయితే  $\int_s \bar{F} \cdot \bar{N} ds$   
 కనుక్కోండి.

(OR/లేదా)

- b) If  $\bar{F} = 2xz\bar{i} - x\bar{j} + y^2\bar{k}$  evaluate  $\int_v \bar{F} \cdot d\bar{v}$  where  
 the region bounded by the surfaces  $x=0, x=2, y=0, y=6, z=x^2, z=4$ .

$\bar{F} = 2xz\bar{i} - x\bar{j} + y^2\bar{k}$  అయి  $x=0, x=2, y=0, y=6, z=x^2, z=4$  తలాల చే వరిబంధిత  
 అంతరాళం  $v$  అయితే  $\int_v \bar{F} \cdot d\bar{v}$  ని గణించండి.

3. a) State and prove Gauss's Divergence theorem.

గాస్ అపనరణ సిద్ధాంతాన్ని వ్రాసి నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Verify Greens theorem in the plane for  $\oint_C (xy + y^2) dx + x^2 dy$  where C is the closed curve of the region bounded by  $y = x$  and  $y = x^2$ .

$y = x$  and  $y = x^2$  ల చే పరివృత్తమైన వక్రానికి సంవృత వక్రం C అయ్యే  $\oint_C (xy + y^2) dx + x^2 dy$  విలువను గ్రీన్స్ సిద్ధాంతం రీత్యా గణించి సరిచూపండి.

---