[CB-BA528-B/CB-BS532-B]

AT THE END OF FIFTH SEMESTER (CBCS PATTERN) DEGREE EXAMINATIONS

MATHEMATICS : V(B) - LINEAR ALGEBRA

(Common For B.A, B.Sc.)

(From The Admitted Batch of 2015-16)

Time : 3 Hours **Maximum : 75 Marks**

SECTION - A

Answer any **Five** questions. Each question carries five marks. **(5×5=25)**

ఏవైనా **5** ప్రశ్నలకి సమాధానం తెల్పండి. ప్రతి ప్రశ్నకు **5** మార్కులు.

1. Let R be the field of real numbers then show that the triad $\{(x,x,x)/x \in R\}$ forms the sub space of $R^3(R)$.

R ఒక వాస్తవ సంఖ్యాక్షేత్రం అయితే $\{x,x,x/x \in R\}$, $R^3(R)$ నకు ఉపాంతరాళాన్ని ఏర్పరుస్తుందని చూపండి.

2. If S is a subset of a vector space $V(F)$ then prove that

i) S is a sub space of $V(F) \Rightarrow L(S) = S$.

ii) $L(L(S)) = L(S)$

సదిశాంతరాళం $V(F)$ కు S ఒక ఉపసమితి అయితే

i) $V(F)$ కు S ఉపసమితి $\Rightarrow L(S)=S$

ii) $L(L(S))=L(S)$ అని నిరూపించండి.

3. If α,β,γ are L.I vectors $V(R)$ then prove $\alpha+\beta,\beta+\gamma,\gamma+\alpha$ are also L.I vectors.

సదిశాంతరాళం $V(R)$ యొక్క α,β,γ లు ఋజు స్వతంత్ర $\alpha+\beta,\beta+\gamma,\gamma+\alpha$ లు కూడా ఋజు స్వతంత్రాలని చూపు

4. If the mapping $T:V_1(R)\rightarrow V_3(R)$ defined $T(x)=(x,2x,3x)$ then prove that T is a li transformation.

$T:V_1(R)\rightarrow V_3(R)$ ను $T(x)=(x,2x,3x)$ గా నిర్వచిం T ని ఋజు పరివర్తన అవుతుందని చూపండి.

5. If $T:U(F)\rightarrow V(F)$ is a linear transformation then that T is one-one $\Leftrightarrow \ker T=\{\overline{0}\}$.

$T:U(F)\rightarrow V(F)$ ఋజు పరివర్తన అయితే T $\Leftrightarrow \ker T=\{\overline{0}\}$ అని నిరూపించండి.

6. Solve the system

$x_1 + 2x_3 - 2x_4 = 0, 2x_1 - x_2 - x_4 = 0$

$x_1 + 2x_3 - x_4 = 0, 4x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 0$ సమీకరణాలను సాధించండి.

7. State and prove parallelogram law.

సమాంతర చతుర్భుజ న్యాయాన్ని వ్రాసి నిరూపించండి.

8. Prove that $S = \left\{ \left(\frac{1}{3}, \frac{-2}{3}, \frac{-2}{3} \right), \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{-1}{3} \right), \left(\frac{2}{3}, \frac{-1}{3}, \frac{2}{3} \right) \right\}$ is an orthonormal set in R^3

$S = \left\{ \left(\frac{1}{3}, \frac{-2}{3}, \frac{-2}{3} \right), \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{-1}{3} \right), \left(\frac{2}{3}, \frac{-1}{3}, \frac{2}{3} \right) \right\}$ సమితి R^3న కు ఒక లంబాభి లంబ సమితి అవుతుందని ఋజువు చేయండి.

SECTION - B

Answer **all** questions. Each question carries Ten Marks.

(5×10=50)

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయండి. ప్రతి ప్రశ్నకు **10** మార్కులు.

a) If w_1 and w_2 are two subspaces of vector space $V(F)$ then prove that $w_1 \cap w_2$ is also sub space of $V(F)$. Is the union of two sub spaces of $V(F)$ is subspace.

w_1, w_2 లు సదిశాంతరాళం $V(F)$ ఉపాంతరాళాలైతే $w_1 \cap w_2$ కూడ $V(F)$ కు ఉపాంతరాళం అవుతుందని చూపండి. రెండు ఉపాంతరాళాల సమ్మేళనం కూడ $V(F)$ ఉపాంతరాళం అవుతుందా.

(OR/లేదా)

b) Let $V(F)$ be a vector space and $S=\{\overline{\alpha}_1,...,\overline{\alpha}_n\}$ is a finite sub set of non zero vectors of $V(F)$, then prove that S is linearly independent if and only if some vector $\alpha_K \in S, 2 \le K \le n$ can be expressed as a linear combination of its proceeding vectors.

సదిశాంతరాళం, $V(F)$ లోని శూన్యేతర సదిశల ఉప సమితి $S=\{\overline{\alpha}_1,...,\overline{\alpha}_n\}$ అయితే S ఏక ఘాత బుజు స్వతంత్రత (L.I) $\Leftrightarrow$ వీటిలో ఏదో ఒక సదిశ $\alpha_K \in S, 2 \le K \le n$ ను దాని ముందరి సదిశల ఏక ఘాత సంయోగంగా వ్రాయవచ్చునని నిరూపించండి.

10. a) Show that the set $\{(2,1,0)(2,1,1),(2,2,1)\}$ forms a basis of $V_3(F)$ over reals.

సమితి $\{(2,1,0)(2,1,1),(2,2,1)\}$ సదిశాంతరాళం $V_3(F)$

కు ఆధారాన్ని ఏర్పరుస్తుందని చూపండి.

(OR/లేదా)

Let w_1 and w_2 be two sub spaces of a finite dimensional vector space $V(F)$ then prove that $\dim(w_1 + w_2) = \dim w_1 + \dim w_2 - \dim(w_1 \cap w_2)$. $\dim(w_1 + w_2) = \dim w_1 + \dim w_2 - \dim(w_1 \cap w_2)$

పరిమిత పరిమాణ సదిశాంతరాళం $V(F)$ కు w_1, w_2 లు రెండు ఉపాంతరాళాలైతే

అని నిరూపించండి.

Define a linear transformation between two vector spaces show that the mapping $T : V_3(R) \to V_2(R)$ defined by $T(a_1, a_2, a_3) = (3a_1 - 2a_2 + a_3, a_1 - 3a_2 - 2a_3)$ is a linear transformation. $T(a_1, a_2, a_3) = (3a_1 - 2a_2 + a_3, a_1 - 3a_2 - 2a_3)$

రెండు సదిశాంతరాళాలపై ఋజు పరివర్తనను నిర్వచింపుము. $T : V_3(R) \to V_2(R)$ ను

గా నిర్వచించినప్పుడు T ఋజు పరివర్తన అవుతుందని చూపండి.

[Turn over

(OR/లేదా)

b) State and prove Rank-Nullity theorem.

కోటి - శూన్యతా సిద్ధాంతాన్ని వ్రాసి నిరూపించండి.

12. a) State and prove Cayley - Hamilton theo

కేలే- హేమిల్టన్ సిద్ధాంతాన్ని వ్రాసి నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Using Cayley Hamilton theorem find the

of $A=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ మాత్రికకు కేలే-హేమిల్టన్ సి

ఉపయోగించి, A యొక్క విలోమ మాత్రికను కనుక్కోండి

13. a) State and prove Schwarz's in equality.

స్వార్జ్ అసమానతను వ్రాసి నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

Applying Gram-Schmidt orthogonalization process to obtain an orthonormal basis of $R^3(R)$ from the basis $S=\{(2,1,3),(1,2,3),(1,1,1)\}$

$R^3(R)$ పై ప్రమాణ అంతర లబ్ధాన్ని తీసుకొని $S=\{(2,1,3),(1,2,3),(1,1,1)\}$ అనే ఆధారాన్ని ఉపయోగించి గ్రామ్ - ష్మిమ్డ్ లంబీకరణ పద్ధతి ద్వార $R^3(R)$ నకు ఒక లంబాబఖిలంబ ఆధారాన్ని కనుక్కోండి.